

Primzahlen

Genau zwei positive Teiler: 1 und die Zahl selbst.
Die Zahl muss größer als 1 sein.

Die zwei wichtigen Sonderfälle

1 ist keine Primzahl: Sie hat nur einen positiven Teiler.

2 ist die einzige gerade Primzahl. Jede größere gerade Zahl hat zusätzlich die 2 als Teiler.

Ungerade allein reicht nicht: $9 = 3 \cdot 3$.

Alle 25 Primzahlen bis 100

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Eine Zahl prüfen

Prüfe nur Primteiler, deren Quadrat höchstens so groß wie die Zahl ist. Für Zahlen von 11 bis 100 reichen 2, 3, 5 und 7.

Achtung bei 49: Die 7 gehört dazu, denn $7^2 = 49$.

Durch 2: letzte Ziffer 0, 2, 4, 6 oder 8.

Durch 3: Quersumme durch 3 teilbar.

Durch 5: letzte Ziffer 0 oder 5.

Durch 7: Division oder Vielfache prüfen.

Sieb bis 100

Streiche 1. Kreise 2 ein, streiche ihre größeren Vielfachen.

Wiederhole das mit 3, 5 und 7. Die Primzahl selbst bleibt!

Ab $11^2 = 121$ liegt das Quadrat über 100. Das Sieb ist fertig.

Primfaktoren, ggT und kgV

Zerlege weiter, bis nur noch Primzahlen übrig bleiben.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

ggT: gemeinsame Primfaktoren, jeweils so oft wie in beiden Zahlen vorhanden.

kgV: jeden Primfaktor so oft nehmen, wie er in einer der Zahlen höchstens vorkommt.

Grundlagen: OpenStax Prealgebra 2e, Kapitel 2.4 und 2.5; Cambridge NRICH, Sieve of Eratosthenes. Vollständige Quellenlinks im Artikel.

Prim oder nicht prim?

Name: _____ Datum: _____

Rechne ohne Taschenrechner. Begründe deine Antworten kurz.
Decke den Spickzettel zunächst ab.

1. Nenne alle positiven Teiler von 13.

2. Welche sind Primzahlen: 0, 1, 2, 9, 11, 15?

3. Ist 17 eine Primzahl? Begründe.

4. Ist 21 eine Primzahl? Nenne einen Beleg.

5. Ist 49 eine Primzahl? Begründe.

6. Ist 57 eine Primzahl? Nutze die Quersumme.

7. Prüfe 97 mit den Primzahlen 2, 3, 5 und 7.

8. Nenne alle Primzahlen zwischen 60 und 80.

9. Nenne alle Primzahlen bis 20.

10. Streiche im Sieb die größeren Vielfachen von 5 bis 30. Welche Zahl bleibt stehen?

Zerlegen und anwenden

Name: _____ Datum: _____

Schreibe wichtige Zwischenschritte auf.
Prüfe deine Antwort erst danach auf Seite 4.

11. Zerlege 24 vollständig in Primfaktoren.

12. Zerlege 60 vollständig in Primfaktoren.

13. Zerlege 84 vollständig in Primfaktoren.

14. Jemand schreibt $45 = 5 \cdot 9$ als Primfaktorzerlegung. Was fehlt?

15. Bestimme den ggT von 12 und 18.

16. Bestimme das kgV von 12 und 18.

17. Kürze $18/30$ vollständig.

18. Nenne alle Primzahlzwillinge bis 20.

19. Du hast 29 Plättchen. Gehen mehrere gleich große Reihen mit mehr als einem Plättchen je Reihe?

20. „Jede ungerade Zahl größer als 1 ist prim.“ Widerlege den Satz mit einem Beispiel.

Vergleichen und verstehen

1. 1 und 13. Deshalb ist 13 eine Primzahl.

2. 2 und 11. Null und eins sind keine Primzahlen.
 $9 = 3 \cdot 3$; $15 = 3 \cdot 5$.

3. Ja. 17 ist weder durch 2 noch durch 3 teilbar.
 $5 \cdot 5$ ist schon größer als 17.

4. Nein: $21 = 3 \cdot 7$. Es gibt weitere Teiler außer 1 und 21.

5. Nein: $49 = 7 \cdot 7$. Die Prüfung mit 7 darf nicht fehlen.

6. Nein. $5 + 7 = 12$ ist durch 3 teilbar. Es gilt $57 = 3 \cdot 19$.

7. 97 ist prim. Keine der vier Zahlen teilt 97. Die nächste Primzahl ist 11; $11 \cdot 11 > 97$.

8. 61, 67, 71, 73 und 79.

9. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 und 19.

10. 5 bleibt stehen. Gestrichen werden 10, 15, 20, 25 und 30. Einige waren schon gestrichen.

Unsicher bei 1–10? Definition, Teilerprobe und Sieb wiederholen.

Unsicher bei 11–17? Primfaktoren und gemeinsame Faktoren prüfen.

Erkläre danach eine schwierige Aufgabe laut in eigenen Worten.

11. $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$.

12. $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

13. $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$.

14. 9 ist nicht prim. Zerlege weiter: $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$.

15. ggT = 6. Gemeinsam sind ein Faktor 2 und ein Faktor 3.

16. kgV = 36. Du brauchst $2^2 \cdot 3^2$. 36 ist durch 12 und 18 teilbar.

17. $18/30 = 3/5$. Teile Zähler und Nenner durch 6.

18. (3, 5), (5, 7), (11, 13) und (17, 19). Ihr Abstand ist jeweils 2.

19. Nein. 29 ist prim. Es gehen nur $1 \cdot 29$ oder $29 \cdot 1$. Beide erfüllen nicht die ganze Bedingung.

20. Zum Beispiel 9: ungerade, aber $9 = 3 \cdot 3$. Auch 15, 21 oder 25 gehen.