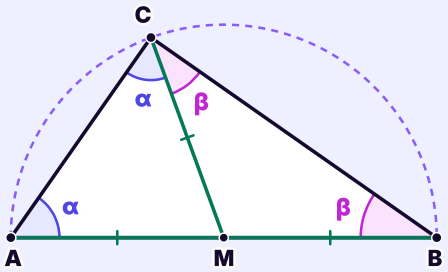
MATHE · SPICKZETTEL ZUM AUSDRUCKEN

# Der Satz des Thales

### Satz des Thales

Liegt der Punkt C auf einem Kreis mit dem Durchmesser AB, dann hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel: **γ = 90°**. Kurz: Jeder Winkel im Halbkreis ist ein rechter Winkel.




### Umkehrung

Hat ein Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel, dann liegt C auf dem Thaleskreis über AB. Der Umkreismittelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks ist die Mitte der Hypotenuse, der Radius ist die halbe Hypotenuse.

### Thaleskreis konstruieren

1. Strecke AB zeichnen. 2. Mitte M bestimmen, genau mit der Mittelsenkrechten: Wo sie AB schneidet, liegt M. 3. Zirkel in M, bis A öffnen, Halbkreis durch A und B. 4. C auf den Bogen setzen, nicht auf A oder B. 5. Dreieck zeichnen, mit dem Geodreieck prüfen.

### Rechtwinkliges Dreieck konstruieren (Hypotenuse gegeben)

Hypotenuse AB zeichnen, Thaleskreis über AB. Ist a gegeben: Kreis um B mit dem Radius a. Ist b gegeben: Kreis um A mit dem Radius b. Ist die Höhe h gegeben: Parallele zu AB im Abstand h. Jeder Schnittpunkt mit dem Halbkreis ist ein möglicher Punkt C. Ist h größer als der Radius, gibt es kein solches Dreieck.

### Innen, auf, außen

C innerhalb des Thaleskreises: Winkel größer als 90° (stumpf). Auf dem Kreis: genau 90°. Außerhalb: kleiner als 90° (spitz).

### Beweis

Verbinde C mit M. Weil MA = MB = MC = r, sind die Dreiecke AMC und MBC gleichschenklig. Basiswinkel: α bei A und C, β bei B und C. Winkelsumme: **α + β + (α + β) = 180°**, also **α + β = 90°**.

### Tangente von P an einen Kreis k um M

Strecke PM zeichnen, Mitte H bestimmen, Thaleskreis um H durch P und M. Er schneidet k in $T_1$ und $T_2$. Die Geraden $PT_1$ und $PT_2$ sind die Tangenten. Dort steht der Radius senkrecht auf der Tangente.

## Typische Fehler

- **Falsch:** Sehne statt Durchmesser. Der Satz gilt nur, wenn AB durch den Mittelpunkt geht.
- **Falsch:** rechter Winkel bei A oder B. Er liegt immer bei C, auf dem Bogen.
- **Falsch:** Kreis um A statt um M. Der Radius ist die halbe Strecke AB.
- **Falsch:** Thaleskreis über der falschen Seite. Er gehört über die Seite gegenüber vom rechten Winkel.

# Jetzt du: Aufgaben 1 bis 8

Name: _____ Datum: _____

**1.** Ergänze den Satz des Thales: Liegt der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser AB, dann …

**2.** Der Eckpunkt C eines Dreiecks ABC ist ein Punkt auf dem Thaleskreis über AB. Der Winkel bei A ist α = 35°. Berechne β und γ.

**3.** Der Eckpunkt C befindet sich auf dem Thaleskreis über AB. Der Winkel bei B ist β = 72°. Wie groß ist α?

**4.** Das Dreieck ABC hat seinen Eckpunkt C auf dem Thaleskreis über AB, M ist die Mitte von AB. Es ist α = 40°. Berechne die Winkel ∠ACM und ∠MCB. Berechne auch die Winkel ∠AMC und ∠BMC bei M.

**5.** C ist ein Punkt auf dem Thaleskreis über AB, M ist die Mitte von AB. Der Winkel bei M ist ∠BMC = 70°. Berechne β und α.

**6.** Leon zeichnet drei Dreiecke mit derselben Strecke AB. Er misst den Winkel bei C: a) 90°, b) 104°, c) 71°. Liegt C jeweils auf, innerhalb oder außerhalb des Thaleskreises über AB?

**7.** Die Strecke AB ist 10 cm lang, M ist ihre Mitte. Ist der Winkel bei C gleich 90°, größer oder kleiner, wenn a) MC = 5 cm, b) MC = 4 cm, c) MC = 6,5 cm ist?

**8.** Ein Dreieck hat bei C einen rechten Winkel. Die Seite c ist 12 cm lang. Wo ist der Mittelpunkt seines Umkreises? Wie groß ist der Radius?

# Aufgaben 9 bis 12

Für die Konstruktionen brauchst du Zirkel, Lineal und Geodreieck.

**9.** Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Katheten 6 cm und 8 cm. Wie groß ist der Radius seines Umkreises? Tipp: Satz des Pythagoras.

**10.** Ein Dreieck ABC hat den rechten Winkel bei A. Über welcher Seite zeichnest du den Thaleskreis, auf dem A liegt?

**11.** Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse c = AB = 7 cm, der Seite a = BC = 4 cm und γ = 90°. Beschreibe deine Schritte. Miss dann die Seite b.



**12.** Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit c = AB = 8 cm, γ = 90° und der Höhe h = 3 cm. Die Höhe ist der Abstand von C zur Seite AB. Wie viele Lösungen gibt es oberhalb von AB? Was ändert sich bei h = 5 cm?



# Aufgaben 13 bis 15

**13.** Ein Kreis k hat den Mittelpunkt M und den Radius 3 cm. Der Punkt P ist 7 cm von M entfernt. Beschreibe, wie du die Tangenten von P an den Kreis konstruierst. Wie viele gibt es?



**14.** Konstruiere ein Rechteck ABCD mit der Diagonale AC = 6 cm und der Seite AB = 4 cm. Beschreibe deine Schritte. Tipp: Das Viereck hat bei B einen rechten Winkel.



**15.** Mia zeichnet einen Kreis und eine Sehne AB, die nicht durch den Mittelpunkt geht. Sie setzt C auf den Kreis und sagt: „Der Winkel bei C ist 90°." Was ist falsch? Was gilt stattdessen?

Die Lösungen stehen auf Seite 5. Erst selbst antworten, dann vergleichen.

# Lösungen zum Arbeitsblatt

**1.** … hat das Dreieck ABC bei **C einen rechten Winkel**, also γ = 90°. Wichtig: AB muss ein **Durchmesser** sein. Die Strecke geht also durch den Mittelpunkt M.

**2.** Nach dem Satz des Thales ist **γ = 90°**. Mit der Winkelsumme gilt β = 180° − 90° − 35° = **55°**.

**3.** Der Winkel bei C ist 90°. Also gilt α + β = 90° und α = 90° − 72° = **18°**.

**4.** Das Dreieck AMC ist gleichschenklig, denn MA = MC. Also ist **∠ACM = α = 40°**. Dann ist ∠MCB = 90° − 40° = **50°**. Bei M gilt ∠AMC = 180° − 40° − 40° = **100°** und ∠BMC = 180° − 100° = **80°**.

**5.** Das Dreieck MBC ist gleichschenklig, denn MB = MC. Seine Basiswinkel sind gleich groß: β = (180° − 70°) : 2 = **55°**. Mit α + β = 90° folgt **α = 35°**.

**6.** a) **Auf** dem Thaleskreis. b) **Innerhalb**, denn innen ist der Winkel größer als 90°. c) **Außerhalb**, denn außen ist der Winkel kleiner als 90°.

**7.** Der Thaleskreis hat den Radius 10 cm : 2 = 5 cm. a) MC = r, C ist also auf dem Kreis: **genau 90°**. b) MC ist kürzer als r, C ist innerhalb: **größer als 90°**. c) MC ist länger als r, C ist außerhalb: **kleiner als 90°**.

**8.** Wegen des rechten Winkels bei C ist C ein Punkt des Thaleskreises über c. Der Umkreismittelpunkt ist also die **Mitte von c**. Der Radius ist 12 cm : 2 = **6 cm**.

**9.** Die Hypotenuse ist $c = \sqrt{(6^2 + 8^2)} = \sqrt{100} = 10$ cm. Der Umkreis ist der Thaleskreis über dieser Seite. Sein Radius ist **5 cm**.

**10.** Über der Seite **BC**. Sie ist die Seite gegenüber vom rechten Winkel, also die Hypotenuse. Ihre Mitte ist die Mitte des Thaleskreises.

**11.** Zeichne AB = 7 cm und markiere die Mitte M, 3,5 cm von A entfernt. Zeichne den Thaleskreis um M mit r = 3,5 cm. Zeichne einen Kreis um B mit dem Radius 4 cm. Einer seiner beiden Schnittpunkte mit dem Thaleskreis ist der Eckpunkt C. Verbinde A, B und C. Du misst **b ≈ 5,7 cm**. Probe mit Pythagoras: $b = \sqrt{(7^2 - 4^2)} = \sqrt{33} \approx 5{,}74$ cm.

**12.** Zeichne AB = 8 cm und den Thaleskreis um die Mitte M mit r = 4 cm. Zeichne eine Parallele zu AB im Abstand 3 cm. Sie schneidet den Halbkreis oberhalb von AB in **zwei Punkten**. Beide sind mögliche Punkte C. Die zwei Dreiecke sind Spiegelbilder voneinander und gleich groß. Bei h = 5 cm gibt es **keine Lösung**: Der Halbkreis ist nur 4 cm hoch.

**13.** Zeichne die Strecke PM und bestimme ihre Mitte H. Zeichne den Thaleskreis um H mit dem Radius 3,5 cm. Er schneidet k in zwei Punkten $T_1$ und $T_2$. Verbinde P mit $T_1$ und mit $T_2$. Es gibt **zwei Tangenten**. Zusatz: Beide Strecken von P bis zum Berührpunkt sind gleich lang, $\sqrt{(7^2 - 3^2)} = \sqrt{40} \approx 6{,}3$ cm.

**14.** Zeichne AC = 6 cm und den Thaleskreis über AC mit r = 3 cm. Zeichne einen Kreis um A mit dem Radius 4 cm. Ein Schnittpunkt mit dem Thaleskreis ist B. Zeichne einen Kreis um C mit dem Radius 4 cm. Sein Schnittpunkt mit dem Thaleskreis auf der anderen Seite von AC ist D. Verbinde die vier Eckpunkte zum Viereck ABCD. Zusatz: Die zweite Seite ist $BC = \sqrt{(6^2 - 4^2)} = \sqrt{20} \approx 4{,}5$ cm.

**15.** AB ist kein **Durchmesser**. Der Satz des Thales gilt nur, wenn AB durch den Mittelpunkt geht. Auf dem größeren Kreisbogen ist der Winkel bei C **kleiner als 90°**. Auf dem kleineren Bogen ist er **größer als 90°**.